

Note: All questions are compulsory.

Max Marks-50

Q.1 फूरियर श्रृंखला को परिभाषित करते हुए फलन $f(x) = x \sin x$ का अंतराल $(-\pi, \pi)$ में फूरियर श्रृंखला का कोजिश निगमन कोजिश $-\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} - \dots$

Q.2 घातल के सापेक्ष अवकलन की सहायता से सिद्ध कीजिये कि $\int_0^{\pi/2} \log \left(\frac{1 + \alpha \sin x}{1 - \alpha \sin x} \right) \cdot \frac{1}{\sin x} dx = \pi \sin^{-1} \alpha, \alpha^2 < 1$

Q.3. दिखाइये कि रूपांतरण $w = \frac{2z+3}{z-4}$ वृत्त $x^2 + y^2 - 4x = 0$ को सरल रेखा $4u+3=0$ पर प्रतिचित्रित करता है।

Q.4. यदि $f(z) = u + iv$, z का नियमित फलन है, तब $u - v = \frac{\cos x + \sin x - e^x}{2(\cos x - e^x - e^{-x})}$,

तब प्रतिबंध $f(\pi/2) = 0$ के अन्तर्गत $f(z)$ का कोजिश।

Q.5 उस मोबियस रूपांतरण को ज्ञात कीजिये जो $0, 1, \infty$ को क्रमशः $1, i$ और -1 में प्रतिचित्रित करता है।