

Note: All questions are compulsory.

Max. Marks - 50

Q.1 सदिश उपसमष्टि को परिभाषित कीजिये। सिद्ध कीजिये कि दो उपसमष्टियों का संघ एक उपसमष्टि होता है यदि और केवल यदि एक दूसरे में अन्तर्बिष्ट हो।

Q.2 दो उपसमष्टियों के सरल योग एवं एकघाती योग को परिभाषित कीजिये। एवं दर्शािये कि यदि W_1 और W_2 एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ की दो उपसमष्टियाँ हैं, तब

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

Q.3 परिभाषित कीजिये: सदिश समष्टि समाकारिता, कुल्याकारिता, समाकारिता की शक्ति, रेखिकरूपान्तरण का परिसर, जाति एवं शून्यता।

दिखाइय कि $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ एक रेखिक रूपान्तरण है। जहाँ

$$T(a, b) = (a-b, b-a, -a)$$

T का परिसर, कोरि एवं शून्यता भी सात कीजिये।

Q.4 दर्शािये कि आव्यूह A विकर्णीय है

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Q.5 द्विघाती समष्टान को लामाज के समानयन विधि से वर्गों के योगफल के रूप में रूपान्तरित कीजिये।

$$q(x) = x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 9x_4^2 - 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + 6x_2x_4 - 6x_4x_3 - 12x_4x_3$$